SESSION 1995

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

MAINTENANCE INDUSTRIELLE

EPREUVE DE MATHEMATIQUES ET DE SCIENCES PHYSIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

IMPORTANT :

Le candidat traitera la partie A - MATHEMATIQUES et la partie B - SCIENCES PHYSIQUES sur des feuilles distinctes qui seront relevées séparément : les Mathématiques au bout de 2 heures, les Sciences Physiques à la fin de la quatrième heure.

MAINTENANCE

BTS mi SESSION 1995

MATHEMATIQUES

Durée : 2h Coef. : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul (1) et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

L'épreuve comporte deux exercices indépendants

(1) Il n'existe aucun texte réglementaire interdisant à un candidat d'utiliser plusieurs calculatrices pendant une épreuve de l'examen. Ces calculatrices doivent respecter les normes prévues par les textes.
Sont autorisées toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables et alphanumériques à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimantes. Afin de limiter les appareils à un format raisonnable, leur surface de base ne doit pas dépasser 21 cm de long et 15 cm de large .

EXERCICE 1

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre. (6 points)

Soit (E) l'équation différentielle :

$$y' + x y = x^2 e^{-x}$$

où y est une fonction de la variable x définie, dérivable sur $\mathbb{R}$, et où y' est la fonction dérivée de y.

A 1° Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $y' + x y = 0$.

2° Déterminer deux nombres réels a et b pour que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (a x + b) e^{-x}$ soit une solution particulière de l'équation (E).

3° Déduire du 1° et du 2° la solution générale de l'équation (E).

B Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 1) e^{-x}$ et C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1° Ecrire le développement limité d'ordre 2 de la fonction f au voisinage de 0.

2° En déduire une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0 et la position relative de C et de T au voisinage de ce point.

EXERCICE 2

Les parties A , B , C peuvent être traitées indépendamment les unes des autres. (14 points)

Une usine assure le conditionnement d'un très grand nombre de bouteilles d'un certain type. On désigne par X la variable aléatoire qui, à toute bouteille prise au hasard, associe sa contenance exprimée en litres. On admet que lorsque la machine est bien réglée X suit la loi normale de moyenne 1 et d'écart type 0,01.

A - 1° a) Quelle est, à 10^{-4} près, la probabilité p_1 pour que la contenance d'une bouteille soit inférieure à 0,98 ?

b) Quelle est, à 10^{-4} près, la probabilité p_2 pour que la contenance d'une bouteille soit supérieure à 1,025 ?

2° Les bouteilles sont réunies en paquets de 6. On désigne par Y la variable aléatoire qui, à chaque paquet, tiré au hasard dans la production, associe le nombre de bouteilles de contenance inférieure à 0,98 ; on suppose les tirages des 6 bouteilles faits avec remise et on prend $p_1 = 0{,}023$.

a) Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale. Donner les paramètres de cette loi.

b) Quelle est, à 10^{-3} près, la probabilité p_3 que, dans un paquet, la contenance d'au moins une bouteille soit inférieure à 0,98 ?

B - On effectue régulièrement des prélèvements aléatoires d'échantillons de 100 bouteilles, les tirages pouvant être considérés comme faits avec remise. On appelle $\overline{X}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon, associe la contenance moyenne des 100 bouteilles de cet échantillon.

1° Si la machine est bien réglée :

a) Quelle est la loi suivie par $\overline{X}$?

b) Déterminer à 10^{-3} près par excès le réel h tel que : $P(1 - h \leq \overline{X} \leq 1 + h) = 0{,}95$.

2° En utilisant la question B 1°, construire un test bilatéral permettant d'accepter ou de rejeter, au seuil de risque 5 %, l'hypothèse selon laquelle la machine est bien réglée. (Quand la machine est bien réglée on sait que X suit la loi normale de moyenne $m = 1$ et d'écart type $\sigma = 0{,}01$).

3° Sur un échantillon de 100 bouteilles, on a les résultats suivants :

contenance	0,980	0,985	0,990	0,995	1	1,005	1,010	1,015	1,020
nombre de bouteilles	3	7	20	23	22	16	6	2	1

a) Calculer la moyenne x_e de cet échantillon.

b) Au vu de ce résultat peut-on, au seuil de risque 5 %, conclure que la machine est bien réglée ?

C - Détermination de la périodicité de réglage systématique des machines de conditionnement.

L'équipe de maintenance a relevé durant une année les temps de fonctionnement, en heures, entre deux réglages consécutifs d'une des machines de conditionnement et a obtenu les temps de bon fonctionnement, rangés en ordre croissant, suivants :

30 ; 50 ; 90 ; 130 ; 170 ; 230 ; 300 ; 410 ; 580 .

1° A l'aide de la méthode des rangs moyens compléter le tableau suivant :

TBF t_i	$F(t_i)$	$R(t_i)$	$y_i = \ln R(t_i)$
....	....	....	....

2° A l'aide de la calculatrice, déterminer une équation $y = at + b$ de la droite d'ajustement des valeurs de y à celles de t, ainsi que le coefficient de corrélation entre t et y.

3° En prenant pour valeurs approchées : $a = -0{,}004$ et $b = 0$ donner l'expression de R(t).
En déduire la loi suivie par la variable aléatoire mesurant la durée de bon fonctionnement. Calculer la MTBF (moyenne des temps de bon fonctionnement).

4° Déterminer par le calcul la périodicité de réglage systématique basée sur une fiabilité de 80 % .